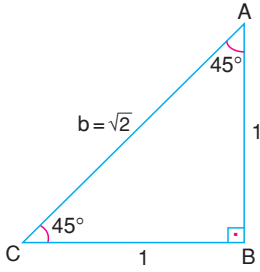


45° nin trigonometrik oranlarının bulunması:

Bunun için dik kenarlarının uzunluğu 1 br olan ikizkenar dik üçgenden yararlanalım.



$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\cot 45^\circ = 1$$

$$b^2 = 1^2 + 1^2$$

$$b = \sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

ÖNEMLİ DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	T
cot	T	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

(T : tanımsız)

Örnek

$\sin^4 x - \cos^4 x$ ifadesini sadeleştiriniz.

Çözüm

$$\sin x = a \text{ ve}$$

$$\cos x = b \text{ diyelim}$$

$$\sin^4 x - \cos^4 x = a^4 - b^4 \text{ olur.}$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) \text{ den}$$

$$a^4 - b^4 = (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1$$

$$a^4 - b^4 = \sin^2 x - \cos^2 x \text{ olur.}$$

$$a^4 - b^4 = 1 - \cos^2 x - \cos^2 x$$

$$a^4 - b^4 = 1 - 2 \cos^2 x \text{ olur.}$$

Örnek

$$\tan x - \cot x = 2 \text{ ise}$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x \text{ kaçtır?}$$

Çözüm

$$(\tan x - \cot x)^2 = 2^2$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x - \underbrace{2 \tan x \cot x}_2 = 4$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 4 + 2 = 6 \text{ olur.}$$

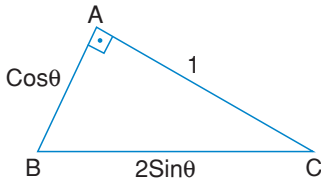
Örnek

$\tan^2 x + \cot^2 x = 14$ ise
 $\tan x + \cot x$ kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} (\tan x + \cot x)^2 &= \tan^2 x + \underbrace{2 \tan x \cot x}_{1} + \cot^2 x \\ (\tan x + \cot x)^2 &= \tan^2 x + 2 \cdot 1 + \cot^2 x \\ (\tan x + \cot x)^2 &= 2 + \underbrace{\tan^2 x + \cot^2 x}_{14} \\ (\tan x + \cot x)^2 &= 2 + 14 = 16 \\ \tan x + \cot x &= 4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek



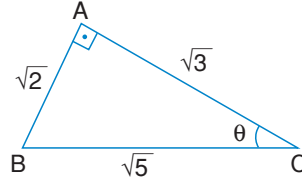
Şekildeki ABC dik üçgeninde
 $|AB| = \cos \theta$
 $|AC| = 1$ br ve
 $|BC| = 2 \sin \theta$ ise
 $\tan \theta$ kaçtır?

Çözüm

Dik üçgende pisagor bağıntısını yazalım.

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= |AB|^2 + |AC|^2 \\ 4 \sin^2 \theta &= \cos^2 \theta + 1 \\ 4 \sin^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta + 1 \\ 5 \sin^2 \theta &= 2 \text{ ve} \\ \sin^2 \theta &= \frac{2}{5} \text{ den } \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bu oranlar bir açısı θ olan dik üçgende yazılıp üçüncü kenar hesaplanırsa



$$\begin{aligned} \sqrt{5}^2 &= \sqrt{2}^2 + |AC|^2 \\ 5 &= |AC|^2 + 3 \text{ ve} \\ |AC| &= 3 \text{ br ile} \\ \tan \theta &= \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{komşu dik kenar}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{3}}{\sqrt{3} \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

bulunur.

Örnek

$\frac{2 \sin x - \cos x}{3 \sin x + \cos x} = \frac{3}{5}$ ise $\tan x$ kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin x - \cos x}{3 \sin x + \cos x} &= \frac{3}{5} \\ 10 \sin x - 5 \cos x &= 9 \sin x + 3 \cos x \\ \sin x &= 8 \cos x \\ \frac{\sin x}{\cos x} &= 8 \text{ ve} \\ \tan x &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$\theta < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$15 \tan \theta - 4 \cot \theta = 11 \text{ ise}$$

Cos θ kaçtır?

Çözüm

$$15 \tan \theta - 4 \cot \theta = 11 \text{ ise}$$

$$15 \tan \theta - \frac{4}{\tan \theta} = 11 \text{ ve}$$

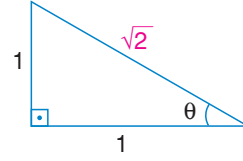
$$15 \tan^2 \theta - 4 = 11 \tan \theta \text{ olur.}$$

$$15 \tan^2 \theta - 11 \tan \theta - 4 = 0 \text{ ve}$$

$$(15 \tan \theta + 4) (\tan \theta - 1) = 0 \text{ ve}$$

$$\tan \theta = -\frac{4}{15} \text{ veya } \tan \theta = 1 \text{ olur,}$$

$$\theta < \frac{\pi}{2} \text{ ise } \tan \theta = 1 \text{ dir.}$$



$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\cos x = \frac{1}{4}$ ve $\tan x = 4k$ ise

sin x in k türünden eşiti nedir?

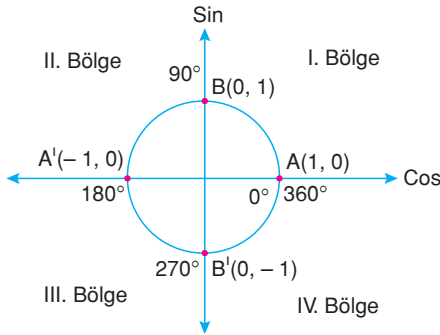
Çözüm

$$\tan x = 4k = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$4k = \frac{\sin x}{\frac{1}{4}} \text{ ve } 4k \cdot \frac{1}{4} = \sin x$$

$$\sin x = k \text{ bulunur.}$$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN BÖLGELERE GÖRE İŞARETİ VE İNDİRGEME FORMÜLLERİ:



	I. Bölge	II. Bölge	III. Bölge	IV. Bölge
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\sin 180^\circ = 0$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\sin 270^\circ = -1$$

$$\cos 270^\circ = 0$$

- 1) θ ve $(\frac{\pi}{2} - \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \cos \theta \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \sin \theta \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \cot \theta \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \tan \theta\end{aligned}$$

- 2) θ ve $(\pi - \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin(\pi - \theta) &= \sin \theta \\ \cos(\pi - \theta) &= -\cos \theta \\ \tan(\pi - \theta) &= -\tan \theta \\ \cot(\pi - \theta) &= -\cot \theta\end{aligned}$$

- 3) θ ve $(\pi + \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin(\pi + \theta) &= -\sin \theta \\ \cos(\pi + \theta) &= -\cos \theta \\ \tan(\pi + \theta) &= \tan \theta \\ \cot(\pi + \theta) &= \cot \theta\end{aligned}$$

- 4) θ ve $(2\pi - \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin(2\pi - \theta) &= -\sin \theta \\ \cos(2\pi - \theta) &= \cos \theta \\ \tan(2\pi - \theta) &= -\tan \theta \\ \cot(2\pi - \theta) &= -\cot \theta\end{aligned}$$

- 5) θ ve $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) &= \cos \theta \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) &= -\sin \theta \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) &= -\cot \theta \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) &= -\tan \theta\end{aligned}$$

- 6) θ ve $(\frac{3\pi}{2} - \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) &= -\cos \theta \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) &= -\sin \theta \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) &= \cot \theta \\ \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) &= \tan \theta\end{aligned}$$

- 7) θ ve $(\frac{3\pi}{2} + \theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= -\cos \theta \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= \sin \theta \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= -\cot \theta \\ \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= -\tan \theta\end{aligned}$$

- 8) θ ve $(-\theta)$ biçimindeki açılarının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntılar:

$$\begin{aligned}\sin(-\theta) &= -\sin \theta \\ \cos(-\theta) &= \cos \theta \\ \tan(-\theta) &= -\tan \theta \\ \cot(-\theta) &= -\cot \theta\end{aligned}$$

Örnek

$$\begin{aligned}\sin 100^\circ &= \sin(180^\circ - 80^\circ) = \sin 80^\circ \\ \sin 100^\circ &= \sin(90^\circ + 10^\circ) = \cos 10^\circ \\ \tan 250^\circ &= \tan(180^\circ + 70^\circ) = \tan 70^\circ \\ \tan 250^\circ &= \tan(270^\circ - 20^\circ) = \cot 20^\circ \\ \cos 220^\circ &= \cos(180^\circ + 40^\circ) = -\cos 40^\circ \\ \cos 220^\circ &= \cos(270^\circ - 50^\circ) = -\sin 50^\circ \\ \cot 350^\circ &= \cot(360^\circ - 10^\circ) = -\cot 10^\circ \\ \cot 350^\circ &= \cot(270^\circ + 80^\circ) = -\tan 80^\circ\end{aligned}$$

Örnek

$\sin 690^\circ$ nin eşiti kaçtır?

Çözüm

690° nin esas ölçüsünü bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 690 & 360 \\ \hline 360 & 1 \\ \hline 330 & \end{array}$$

$\sin 690^\circ = \sin 330^\circ$ olur.

330° IV. bölgededir.

Bu bölgede $330^\circ = 360^\circ - 30^\circ$ diye ya da

$330^\circ = 270^\circ + 60^\circ$ diye yazılır.

$\sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ)$ olur.

IV. bölgede sinüsün işareti (-) dir.

$(360^\circ - 30^\circ)$ biçiminde yazdığımızda ismini değiştirmeyiz.

$\sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ olur.

veya $\sin(330^\circ) = \sin(270^\circ + 60^\circ)$ dir.

İşareti (-) ismini değiştirerek yazarız.

$\sin(270^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Örnek

$13x = 180^\circ$ ise

$\frac{\cos 8x}{\cos 5x} - \frac{\sin 7x}{\sin 6x}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$\cos 8x = \cos(13x - 5x) = \cos(180^\circ - 5x) = -\cos 5x$

$\sin 7x = \sin(13x - 6x) = \sin(180^\circ - 6x) = \sin 6x$

İfadeleri soruda yerlerine yazılırsa

$$\frac{\cos 8x}{\cos 5x} - \frac{\sin 7x}{\sin 6x} = -\frac{\cos 5x}{\cos 5x} - \frac{\sin 6x}{\sin 6x} = -2 \text{ bulunur.}$$

YANIT A

Örnek

$$\frac{3 \cos 250^\circ - \sin 340^\circ}{\cos 110^\circ + 5 \cos 70^\circ}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm

$\cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ$

$\sin 340^\circ = \sin(360^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ$

$\cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$

$\cos 70^\circ = \cos(90^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$

bilgileri soruda yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \frac{3 \cos 250^\circ - \sin 340^\circ}{\cos 110^\circ + 5 \cos 70^\circ} &= \frac{-3 \sin 20^\circ + \sin 20^\circ}{-\sin 20^\circ + 5 \sin 20^\circ} \\ &= \frac{-2 \sin 20^\circ}{4 \sin 20^\circ} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

$$\frac{\sin(180^\circ + x) \cdot \tan(x - 180^\circ)}{\cot(90^\circ - x) \cdot \cos(270^\circ - x)}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\tan x$ C) $\cos x$ D) 1 E) -1

Çözüm

$\sin(180^\circ + x) = -\sin x$

$\tan(x - 180^\circ) = \tan[-(180^\circ - x)] = -\tan(180^\circ - x)$

$= -(-\tan x) = \tan x$

$\cot(90^\circ - x) = \tan x$

$\cos(270^\circ - x) = -\sin x$ dir.

Bu bilgiler sorudaki ifadede yerlerine yazılırsa

$$\frac{\sin(180^\circ + x) \cdot \tan(x - 180^\circ)}{\cot(90^\circ - x) \cdot \cos(270^\circ - x)} = \frac{-\sin x \cdot \tan x}{\tan x \cdot (-\sin x)} = 1$$

bulunur.

YANIT D

Örnek

$$\frac{2 \sin 120^\circ - 4 \cos 180^\circ}{\tan 240^\circ - 8 \cdot \sin 330^\circ}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $1 + \sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Çözüm

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\tan 240^\circ = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

değerleri verilen ifadede yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin 120^\circ - 4 \cos 180^\circ}{\tan 240^\circ - 8 \cdot \sin 330^\circ} &= \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 \cdot (-1)}{\sqrt{3} - 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 4}{\sqrt{3} + 4} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT E

Örnek

$$0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ olmak üzere}$$

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + x) + 1}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \tan(\pi - x)}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{1 + \sin x}{\tan^2 x}$ C) $\frac{1 - \sin x}{\tan x}$
D) -1 E) $\frac{1 + 2 \sin x}{\tan^2 x}$

Çözüm

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x \text{ dir.}$$

Bu değerleri ifadede yerlerine yazarsak

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + x) + 1}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \tan(\pi - x)} = \frac{\sin x - \sin x + 1}{\cos x \cdot (-\tan x)} = -1$$

bulunur.

$$(\cot x \cdot \tan x = 1)$$

YANIT D

Örnek

$$\frac{3 \cos 12^\circ - \sin 78^\circ}{\cos 12^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\cos 12^\circ$ C) 2 D) $\sin 78^\circ$ E) 3

Çözüm

$12^\circ + 78^\circ = 90^\circ$ olduğundan $\sin 78^\circ = \cos 12^\circ$ olur.

$$\begin{aligned} \frac{3 \cos 12^\circ - \sin 78^\circ}{\cos 12^\circ} &= \frac{3 \cos 12^\circ - \cos 12^\circ}{\cos 12^\circ} \\ &= \frac{2 \cos 12^\circ}{\cos 12^\circ} = 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT C

Kendini Dene

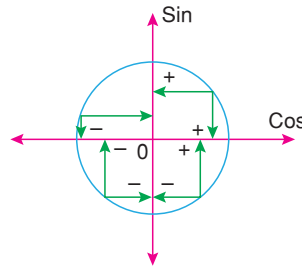
$$a = \cos 83^\circ$$

$$b = \cos 5^\circ$$

$$c = \sin 111^\circ \text{ ise}$$

a, b, c nin büyüklük sıralaması nasıldır?

KOLAYLIK



Bölgelere göre trigonometrik fonksiyonların işareti incelenirken bölgeye ait birim çember üzerinde alacağımız herhangi bir noktadan sinüs ve cosinüs eksenlerine dikmeler çizilir. Bu dikmelerin ayakları eksenleri pozitif veya negatif yerde keserler. Böylece sin ve cos işareti görülür.

\tan ve \cot in işaretlerini ise sinüs ve cosinüs işaretlerinin bölümü (veya çarpımı) ile bulunur.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ ve } \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

Örneğin II. bölgede $\sin \theta > 0$ (+) ve

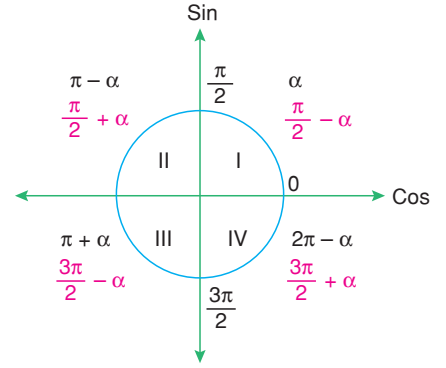
$\cos \theta < 0$ (-) dir.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{+}{-} = - \text{ dir.}$$

KOLAYLIK

Herhangi bir sayının esas ölçüsü bulunduktan sonra bu sayının bölgelere göre ifadesi şöyledir.

- I. bölge α veya $\frac{\pi}{2} - \alpha$
 II. bölge $\pi - \alpha$ veya $\frac{\pi}{2} + \alpha$
 III. bölge $\pi + \alpha$ veya $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ ve
 IV. bölge $2\pi - \alpha$ veya $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ dir.



KOLAYLIK

Herhangi bir sayının trigonometrik oranlarını bulmak için

1. Verilen sayının varsa içerisinde 2π nin (360° nin) katları atılır. (Esas ölçü bulunur.)
2. Elde edilen bu sayı bulunduğu bölgeye göre α , $\frac{\pi}{2} \mp \alpha$, $\pi \mp \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \mp \alpha$, $2\pi - \alpha$ biçimlerinden birisi ile ifade edilir.
3. Sayının bulunduğu bölgede işareti belirlenir.
4. $\mp\alpha$, $\pi \mp \alpha$, $2\pi - \alpha$ biçiminde ise ismini değiştirmeden, $\frac{\pi}{2} \mp \alpha$ ve $\frac{3\pi}{2} \mp \alpha$ biçiminde ise ismini değiştirerek α türünden yazarız. (İsmini değiştirmekten kasıt sinüsü, cosinüse tanjantı, cotanjanta çevirmek)

Örnek

Sin 840° nin eşiti nedir?

Çözüm

840° nin esas ölçüsünü bulalım.

$$\begin{array}{r} 840^\circ \mid 360^\circ \\ 720^\circ \mid 2 \\ \hline 120^\circ \end{array}$$

840° nin esas ölçüsü 120° olur.

$$\text{Sin}840^\circ = \text{Sin}120^\circ$$

120° II. bölgede ve bu bölgede sinüsün işareti + dır.

II. bölgede $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$ veya

$$120^\circ = 90^\circ + 30^\circ \text{ biçiminde yazılır.}$$

$$\text{Sin}840^\circ = \text{Sin}120^\circ = \text{Sin}(180^\circ - 60^\circ) = +\text{Sin}60^\circ =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ veya}$$

$$\text{Sin}840^\circ = \text{Sin}120^\circ = \text{Sin}(90^\circ + 30^\circ)$$

$$= +\text{Cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

Örnek

$\tan 1740^\circ$ nin eşiti nedir?

Çözüm

1740° nin esas ölçüsü

$$\begin{array}{r|l} 1740^\circ & 360^\circ \\ 1440^\circ & 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$\tan 1740^\circ = \tan 300^\circ$ dir.

300° IV. bölgede ve bu bölgede tanjantın işareti (-) dir.

IV. bölgede $300^\circ = 360^\circ - 60^\circ$ veya

$300^\circ = 270^\circ + 30^\circ$ dir.

$\tan 1740^\circ = \tan 300^\circ$

$\tan 300^\circ = \tan(360^\circ - 60^\circ)$

$= -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$ veya

$\tan 1740^\circ = \tan 300^\circ$

$\tan 300^\circ = \tan(270^\circ + 30^\circ)$

$= -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$ olur.

Örnek

$\cot 65^\circ = a$ ise $\frac{\cot 25^\circ + \tan 115^\circ}{\cot 25^\circ + \tan 65^\circ}$

işleminin eşiti nedir?

Çözüm

$\cot 65^\circ = \cot(90^\circ - 25^\circ) = \tan 25^\circ = a$ dir.

$\tan 115^\circ = \tan(90^\circ + 25^\circ)$

$$= -\cot 25^\circ = -\frac{1}{\tan 25^\circ} = -\frac{1}{a},$$

$\cot 25^\circ = \tan 65^\circ = \frac{1}{a}$ dir.

$$\frac{\cot 25^\circ + \tan 115^\circ}{\cot 25^\circ - \tan 65^\circ} = \frac{\frac{1}{a} + \left(-\frac{1}{a}\right)}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a}} = \frac{0}{\frac{2}{a}} = 0$$

Kendini Dene

$$\frac{\sin \alpha + (\cos^2 \alpha - 1) - \sin(180^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha) - \tan \alpha}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi nedir?

Örnek

$$\frac{\sin(90^\circ + \alpha) - \tan(90^\circ - \alpha)}{\cot(18^\circ - \alpha) - \cos(180^\circ - \alpha)}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha,$

$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha,$

$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ ve

$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ dir

değerler yerine yazılırsa

$$\frac{\sin(90^\circ + \alpha) - \tan(90^\circ - \alpha)}{\cot(180^\circ - \alpha) - \cos(180^\circ - \alpha)} =$$

$$\frac{\cos \alpha - \cot \alpha}{-\cot \alpha - (-\cos \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \cot \alpha}{-\cot \alpha + \cos \alpha} = 1 \text{ olur.}$$

Örnek

$$\frac{\tan 135^\circ - \tan 45^\circ}{\cos 120^\circ - \sin 135^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\tan 135^\circ &= \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1 \\ \cos 120^\circ &= \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \\ \sin 135^\circ &= \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

değerleri yerlerine yazarsak

$$\begin{aligned}\frac{\tan 135^\circ - \tan 45^\circ}{\cos 120^\circ - \sin 135^\circ} &= \frac{-\tan 45^\circ - \tan 45^\circ}{-\cos 60^\circ - \sin 45^\circ} \\ &= \frac{-1 - 1}{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-2}{\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{1 + \sqrt{2}} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek

Bir ABC üçgeninin A, B, C açıları için

$$\cos \frac{B+C}{2} - \sin \frac{C}{2} \text{ değeri kaçtır?}$$

Çözüm

$$A + B + C = 180^\circ,$$

$$A + B = 180^\circ - C,$$

$$\frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}$$

$$\cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right)$$

$$\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2} \text{ olur.}$$

$$\cos \frac{A+B}{2} - \sin \frac{C}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Örnek

Bir ABC üçgenini A, B, C açılar için tan

$$\tan(A + B) + \tan C \text{ değeri kaçtır?}$$

Çözüm

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$A + B = 180^\circ - C$$

$$\tan(A + B) = \tan(180^\circ - C)$$

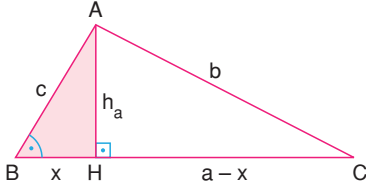
$$\tan(A + B) = -\tan C$$

$$\tan(A + B) + \tan C = 0$$

Kendini Dene

Bir ABC üçgeninin A, B, C açıları için $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2}$ değeri kaçtır?

KOSİNÜS TEOREMİ



$$b^2 - c^2 = a^2 - 2ax + \cancel{x^2} + \cancel{h_a^2} - \cancel{x^2} - \cancel{h_a^2}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ax \text{ olur.}$$

Öte yandan $\cos B = \frac{x}{c}$ den

$x = c \cdot \cos B$ dir. Bunu yukarıda yerine yazarsak

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ax \text{ ve}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos B \text{ bulunur.}$$

Benzer şekilde hareketle

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \text{ ve}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \text{ bulunur.}$$

ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$ çizelim ve

ABH ile AHC üçgenlerinde pisagor bağıntılarını yazalım.

$$b^2 = (a - x)^2 + h^2$$

$$c^2 = x^2 + h^2 \text{ taraf tarafa çıkarırsak}$$

$$b^2 - c^2 = (a - x)^2 + h^2 - x^2 - h^2$$

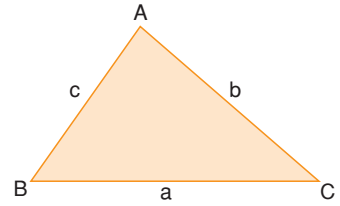
Bilgi Kutusu

ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$



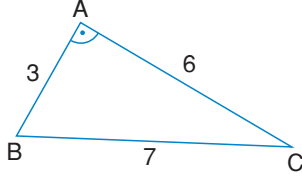
UYARI

Üç kenar uzunluğu bilinen üçgenin üç açısında cosinüs değeri dolayısı ile de üç açının da trigonometrik oranları bulunabilir.

UYARI

Bir üçgende iki kenarı ile bu kenarlar arasındaki açının trigonometrik oranı bilinirse üçüncü kenar uzunluğu bulunabilir.

Örnek



Şekildeki ABC üçgeninde

$|AB| = 3$ br

$|AC| = 6$ br ve

$|BC| = 7$ br ise

$\cos(\widehat{BAC})$ kaçtır?

Cözüm

Üç kenar uzunluğu belli ise üç açının cosinüs değeri hesaplanabilir.

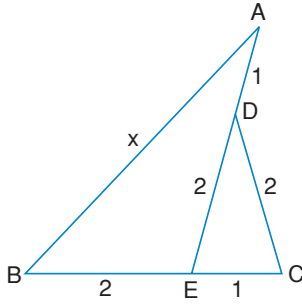
$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2|AB| |AC| \cdot \cos(\widehat{BAC})$$

$$7^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(\widehat{BAC})$$

$$49 = 9 + 36 - 36 \cdot \cos(\widehat{BAC})$$

$$\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{4}{36} = -\frac{1}{9} \text{ bulunur.}$$

Örnek



Şekilde B, E, C noktaları doğrusal, ABE üçgen,

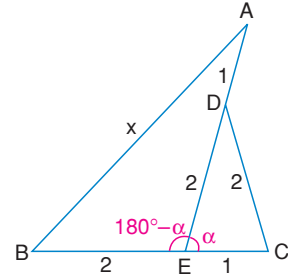
$|BE| = |ED| = |DC| = 2$ br ve

$|AD| = |EC| = 1$ br ise

$|AB| = x$ kaç br dir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) $4\sqrt{3}$ D) 5 E) 6

Cözüm



$m(\widehat{AEC}) = \alpha$ ise

$m(\widehat{AEB}) = 180^\circ - \alpha$ olur.

DEC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$$|DC|^2 = |EC|^2 + |ED|^2 - 2|EC| \cdot |ED| \cdot \cos(\widehat{AEC})$$

$$2^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{4} \text{ ve } \cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ABE üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa

$$|AB|^2 = |BE|^2 + |AE|^2 - 2|BE| \cdot |AE| \cdot \cos(\widehat{AEB})$$

$$x^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$x^2 = 4 + 9 - 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \text{ ve}$$

$$x^2 = 16 \text{ ve } x = 4 \text{ br bulunur.}$$

YANIT B

Kendini Dene

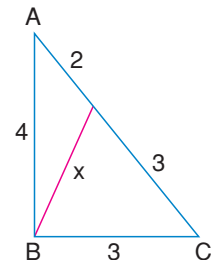
Şekildeki ABC üçgeninde

$|AB| = 4$ br,

$|BC| = |CD| = 3$ br ve

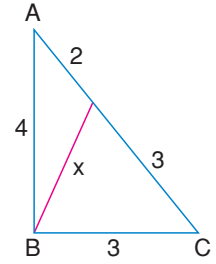
$|AD| = 2$ br ise

$|BD| = x$ kaç br dir?



Kendini Dene

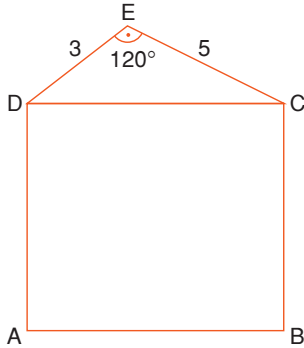
Şekildeki ABC üçgeninde
 $|AB| = 4br$,
 $|BC| = |CD| = 3 br$ ve
 $|AD| = 2 br$ ise
 $|BD| = x$ kaç br dir?



Bilgi Kutusu

Kenar uzunlukları a, b ve c br olan bir ABC üçgeninde
 $b \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{B} = a$
 $a \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{A} = b$
 $b \cdot \cos \hat{A} + a \cdot \cos \hat{B} = c$ dir.

Örnek



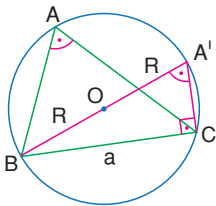
Şekilde ABCD kare,
 $m(\hat{DEC}) = 120^\circ$, $|DE| = 3 br$ ve
 $|CE| = 5 br$ ise
A(ABCD) kaç br² dir?

Çözüm

$|DC| = a$ diyelim, DEC üçgeninde cosinüs teoremini yazalım.
 $a^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ$
 $a^2 = 9 + 25 - 30 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
 $a^2 = 34 + 15 = 49$ ve $A(ABCD) = a^2 = 49 br^2$ olur.

SİNÜS TEOREMİ

Bir üçgende kenarların uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açılarının sinüsleri arasındaki oran sabit olup bu oran üçgenin çevrel çemberinin çapına eşittir.



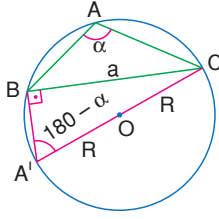
Şekilde ABC üçgeni ve O merkezli çevrel çemberi verilmiştir.
 $m(\hat{BAC}) = m(\hat{BA'C})$ aynı yayı gören çevre açılar eşittir.
 $m(\hat{BCA'}) = 90^\circ$ çapı gören çevre açısı 90° dir.

A'BC üçgeninde $\sin \hat{A}' = \frac{a}{2R} = \sin A$

$(m(\hat{A}) = m(\hat{A}'))$ olduğundan $\frac{a}{2R} = \sin A$ ve $\frac{a}{\sin A} = 2R$ bulunur.

Benzer şekilde $\frac{b}{\sin B} = 2R$ ve $\frac{c}{\sin C} = 2R$ olur.

Böylece $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ yazılır.

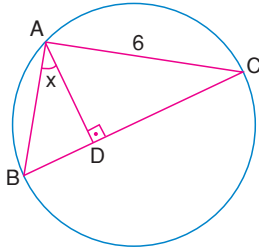


Geniş açılı üçgende ise şekildeki gibi bir çizimle

$$\sin a = \sin(180^\circ - a) \text{ dan } BA'C \text{ üçgeninde } \sin(180^\circ - A) = \frac{a}{2R} = \sin A$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \text{ bulunur. (ABA'C kirisler dörtgenidir ve karşılıklı açılar bütünlerdir.)}$$

Örnek



Şekilde $[AD] \perp [BC]$,

$|AC| = 6$ br ve

ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı 5 br ve

$m(\widehat{BAD}) = x$ ise

$\sin x$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{12}$

Çözüm

$m(\widehat{BAD}) = x$ ise $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ - x$ olur.

ABC üçgeninde sinüs teoremi yazılırsa

$$\frac{6}{\sin(90^\circ - x)} = 2R \text{ ve } \frac{6}{\cos x} = 10$$

$$\cos x = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

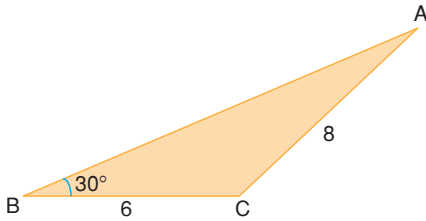
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ ise}$$

$$\sin^2 x + \frac{9}{25} = 1 \text{ ve } \sin^2 x = \frac{16}{25}$$

$$\sin x = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT D

Örnek



Şekildeki ABC üçgeninde $\sin \widehat{A}$ kaçtır?

Çözüm

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

$$\frac{6}{\sin \widehat{A}} = \frac{8}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{6}{\sin \widehat{A}} = \frac{8}{\frac{1}{2}}$$

$$\sin \widehat{A} = \frac{3}{8} \text{ bulunur.}$$

Örnek

ABC üçgeninin iç açılarının sinüsleri arasında

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{8} = \frac{\sin C}{7} \text{ bağıntısı vardır.}$$

$\widehat{C}(ABC) = 40$ br ise

A(ABC) kaç br² dir?

- A) $37\sqrt{3}$ B) $30\sqrt{3}$ C) $39\sqrt{3}$
D) $40\sqrt{3}$ E) $41\sqrt{3}$

Çözüm

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{5}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{7}{\sin C} = 2R$$

$a = 5k$, $b = 8k$ ve $c = 7k$ dir.

$$\widehat{C}(ABC) = 5k + 8k + 7k$$

$$40 = 20k \text{ ve } k = 2 \text{ bulunur.}$$

$$a = 5k = 5 \cdot 2 = 10$$

$$b = 8k = 8 \cdot 2 = 16$$

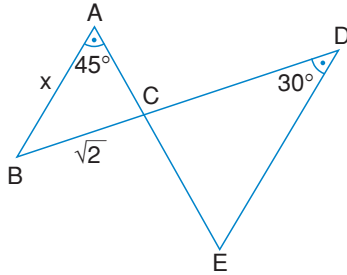
$$c = 7k = 7 \cdot 2 = 14$$

$A(ABC) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ değerler yerine yazılırsa

$$A(ABC) = \sqrt{20 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 6} = 40\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT D

Örnek



Şekilde $m(\widehat{BAE}) = 45$

$m(\widehat{BDE}) = 30^\circ$, $4|CE| = 3|DE|$ ve

$|BC| = \sqrt{2}$ br ise

$|AB| = x$ kaç br dir?

Çözüm

$4|CE| = 3|DE|$ ise

$|CE| = 3k$ ve $|DE| = 4k$ diyelim

DCE üçgeninde sinüs teoremini yazarsak.

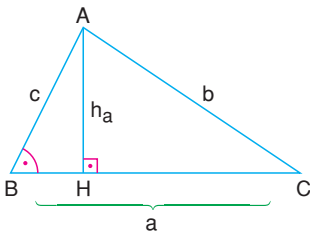
$$\frac{|CE|}{\sin \widehat{D}} = \frac{|DE|}{\sin \widehat{C}} \Rightarrow \frac{3k}{\sin 30^\circ} = \frac{4k}{\sin \widehat{C}} \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sin \widehat{C}}$$

$\sin \widehat{C} = \frac{2}{3}$ olur. Şimdi

ABC üçgeninde sinüs teoremi uygulayalım.

$$\frac{|AB|}{\sin \widehat{C}} = \frac{|BC|}{\sin \widehat{A}} \Rightarrow \frac{x}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \text{ ve } x = \frac{4}{3} \text{ br olur.}$$

ÜÇGENİN TRİGONOMETRİK ALAN FORMÜLÜ



ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$ çizelim.

ABH dik üçgeninde

$$\sin B = \frac{h_a}{c} \text{ ve } h_a = c \cdot \sin B \text{ olur.}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot h_a \text{ ifadesinde yerine yazarsak}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot (c \cdot \sin B) \text{ ve}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B \text{ bulunur.}$$

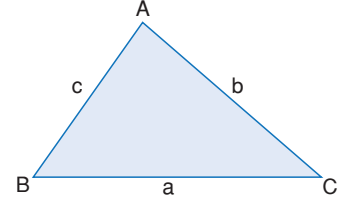
Benzer şekilde $A(ABC) = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C$ bulunur.

Bilgi Kutusu

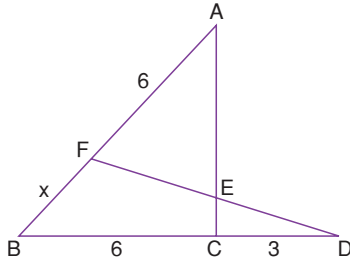
$$A(ABC) = \frac{1}{2} a.b.\sin\hat{C}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a.c.\sin\hat{B}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} b.c.\sin\hat{A}$$



Örnek



Şekilde $|AF| = 9$ br,

$|BC| = 6$ br,

$|CD| = 3$ br ve

$A(ABC) = 2.A(FBD)$ ise

$|BF| = x$ kaç br dir?

Çözüm

$$A(ABC) = \frac{1}{2} .6.(6 + x).\sin\hat{B}$$

$$A(BFD) = \frac{1}{2} .9.x.\sin\hat{B}$$

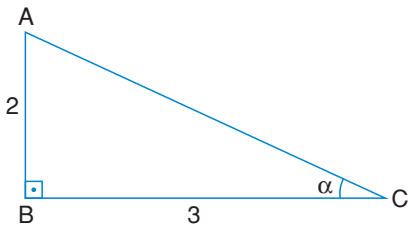
$$A(ABC) = 2.A(BFD)$$

$$\frac{1}{2} .6.(6 + x).\sin\hat{B} = 2 \frac{1}{2} 9.x.\sin\hat{B}$$

$$18 + 3x = 9x \Rightarrow x = 3 \text{ br bulunur.}$$

Etkinlik 1

1. Aşağıda verilen üçgene göre boş bırakılan yerlere uygun olan değerleri yazınız.



a) $\sin\alpha = \dots\dots\dots$

b) $\cos\alpha = \dots\dots\dots$

c) $\tan\alpha = \dots\dots\dots$

d) $\cot\alpha = \dots\dots\dots$

2. Aşağıdaki ifadelerde boş bırakılan yerleri doldurunuz.

a) $\sin 50^\circ = \dots\dots\dots 40^\circ$

b) $\sin^2 36^\circ + \sin^2 54^\circ = \dots\dots\dots$

c) $\tan 35^\circ \cdot \tan \dots\dots\dots = 1$

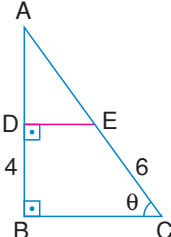
d) $2\cos 60^\circ + \sin 150^\circ + \sin 30^\circ = \dots\dots\dots$

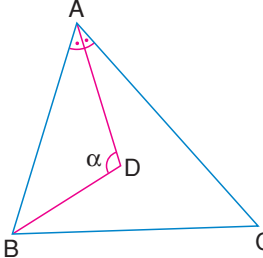
e) $\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ = \dots\dots\dots$

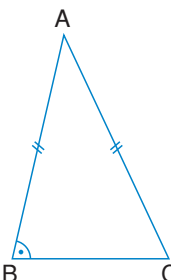
3. Aşağıda verilen ifadeleri doğru olarak eşleştiriniz.

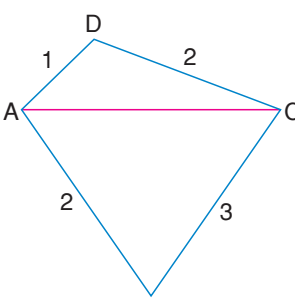
I	II
a) $\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ$	e) $-\sin 10^\circ$
b) $\cos 1700^\circ$	f) 8
c) $\tan 15^\circ \cdot \cot 15^\circ + 7$	g) 3
d) $6 \sin 150^\circ$	h) 1

4. Aşağıda verilen sorularda istenilenleri bulunuz.

a)  ABC diküçeninde
 $[DE] \perp [AB]$,
 $|BD| = 4$ br,
 $|EC| = 6$ br ve
 $m(\widehat{BCA}) = \theta$ ise
 $\tan \theta$ kaçtır?

b)  ABC üçgeninde
 $[AD], [BD]$ açıortay
 $m(\widehat{ADB}) = \alpha$ ve
 $\tan \frac{x}{2} = \frac{4}{3}$ ise
 $\tan \alpha$ kaçtır?

c)  ABC üçgeninde
 $|AB| = |AC|$ ve
 $\cos \widehat{B} = \frac{5}{13}$ ise
 $\tan \widehat{C}$ kaçtır?

d)  Şekildeki ABCD dörtgeninde
 $m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$
 $|AD| = 1$ br
 $|CD| = |AB| = 2$ br ve
 $|BC| = 3$ br ise
 $|AC| = x$ kaç br dir?

1. -1660° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

- A) 120 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

2. $-\frac{41\pi}{7}$ nin esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{7}$ B) $\frac{2\pi}{7}$ C) $\frac{3\pi}{7}$ D) $\frac{4\pi}{7}$ E) $\frac{5\pi}{7}$

3. $a = \cos 87^\circ$,
 $b = \cos 7^\circ$,
 $c = \sin 113^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

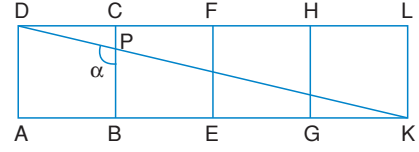
- A) $b > a > c$ B) $a > c > b$ C) $b > c > a$
D) $a > b > c$ E) $c > b > a$

4. $\frac{-3 + 4 \sin x}{5} = a$

eşitliğini sağlayan a reel sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{7}{5}$ C) -1 D) $\frac{1}{5}$ E) 1

5.

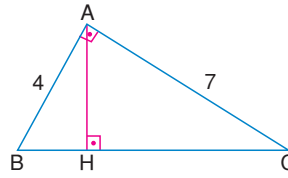


Şekildeki ABCD, BCFE, EGHF ve GKLH kareleri eş kareler olup, [DK], AKLD dikdörtgeninin köşegeni ve $m(\widehat{DPB}) = \alpha$ ise

$\cos \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{17}}$ C) $-\frac{4}{\sqrt{17}}$
D) $-\frac{4}{\sqrt{10}}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{17}}$

6.

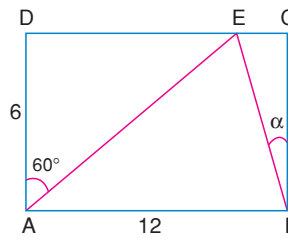


Şekildeki ABC üçgeninde
 $[AB] \perp [AC]$ ve
 $[AH] \perp [BC]$ dir.
 $|AC| = 4$ br ve
 $|BC| = 7$ br ise

$\tan(\widehat{HAB})$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{11}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{11}{4}$

7.



Şekilde ABCD dikdörtgen,
 $|AD| = 6$ br,
 $|AB| = 12$ br,
 $m(\widehat{DAE}) = 60^\circ$ ve
 $m(\widehat{EBC}) = \alpha$ ise
 $\tan \alpha$ kaçtır?

- A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $2 - \sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3} - 1$ E) $2 + \sqrt{3}$

ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

8. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\cot x = \frac{1}{2}$ ise

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \text{ in}$$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) 2

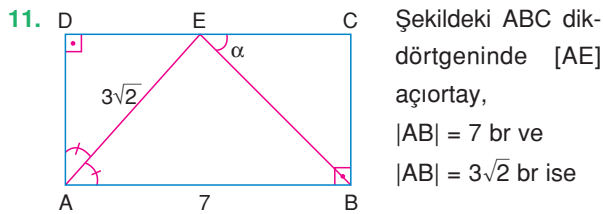
9. $|AB| = |AC|$ ve $|BC| = 3$ br olan bir ABC ikizkenar üçgeninde $\cos(\widehat{ACB}) = \frac{1}{3}$ ise $|AB|$ kaç br dir?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 23 E) 4,5

10. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ise

$\tan x \cdot \sin x + \cos x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 0
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$



$\sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ kaçtır?

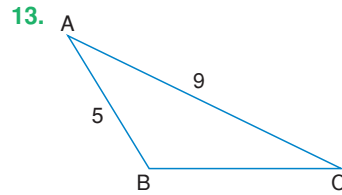
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{11}{4}$

12. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan x = -\frac{2}{3}$ ise

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi - x)}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cot(2\pi - x)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

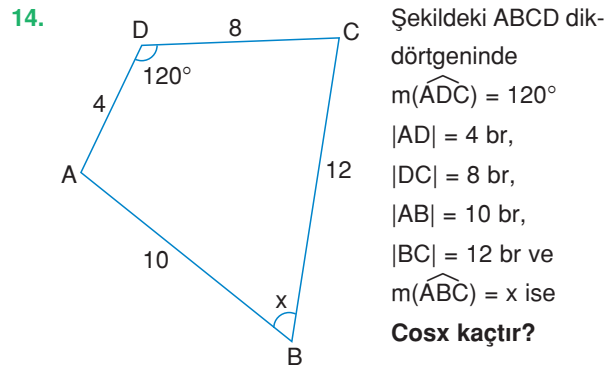
- A) $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$ B) $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ C) 0
D) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = 5$ br, $|AC| = 9$ br ve

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCA}) + 90^\circ$ ise $\cot C$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{5}{9}$ C) 1 D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{7}{2}$



- A) $\frac{7}{9}$ B) $\frac{9}{11}$ C) $\frac{11}{20}$ D) $\frac{12}{25}$ E) $\frac{15}{37}$

$$1. \quad \begin{array}{r} 1660 \quad | \quad 360 \\ 1440 \quad | \quad 4 \\ \hline 220 \end{array} \quad \begin{array}{l} -1600^\circ = -220^\circ + (-4) \cdot 360^\circ \\ \text{Esas ölçü} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ \\ \text{bulunur.} \end{array} \quad \text{YANIT D}$$

2. Çözüm-I:

Payın katsayısı paydanın iki katına bölünür.

$$\begin{array}{r} 41 \quad | \quad 14 \\ 28 \quad | \quad 2 \\ \hline 13 \end{array} \quad -\frac{41\pi}{7} = -\frac{2 \cdot 14\pi + 13\pi}{7} = 2\pi \cdot 2 - \frac{13\pi}{7}$$

esas ölçüsü $2\pi - \frac{13\pi}{7} = \frac{\pi}{7}$ bulunur.

Çözüm-II:

Pay paydanın iki katına bölünürken

$$\begin{array}{r} 41 \quad | \quad 14 \\ 28 \quad | \quad 2 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{l} (41 \text{ de } 14 \text{ bölüm } 2 \text{ iken } -41 \text{ olduğu için} \\ \text{bölüme } -3 \text{ yazarsak, kalan } +1 \text{ olur ve} \\ \text{esas ölçü} \\ -\frac{41\pi}{7} = \frac{\pi}{7} \text{ bulunur.} \end{array} \quad \text{YANIT A}$$

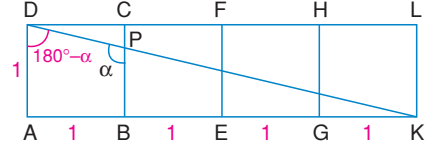
$$3. \quad \begin{array}{l} a = \cos 87^\circ = \cos(90^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ \\ b = \cos 7^\circ = \cos(90^\circ - 83^\circ) = \sin 83^\circ \\ c = \sin 113^\circ = \sin(180^\circ - 67^\circ) = \sin 67^\circ \end{array}$$

$3^\circ, 83^\circ$ ve 67° lik açılardan hepsi I. bölgededir.
I. bölgede açı büyüdükçe sinüs değeri de büyüdüğünden $\sin 83^\circ > \sin 67^\circ > \sin 3^\circ$
 $b > c > a$ bulunur. YANIT C

$$4. \quad \frac{-3 + 4 \sin x}{5} = a \text{ ise } \sin x = \frac{5a + 3}{4} \text{ olur.}$$

$-1 \leq \sin x \leq 1$ olduğundan $-1 \leq \frac{5a + 3}{4} \leq 1$ ve
 $-\frac{7}{5} \leq a \leq \frac{1}{5}$ ise
a'nın alabileceği en küçük değer $-\frac{7}{5}$ tir. YANIT B

5.



ABCD kare olduğundan $[AD] \parallel [BC]$ dir ve

$m(\widehat{BPD}) = \alpha$ ise $m(\widehat{ADK}) = 180 - \alpha$ olur.

Eş karelerin kenar uzunlukları 1 br olarak alınırsa

$|AK| = 4$ br ve $|AD| = 1$ br olur.

ADK üçgeninde

$$|DK|^2 = |AD|^2 + |AK|^2 \text{ (Pisagor bağıntısı)}$$

$$|DK|^2 = 1^2 + 4^2$$

$$|DK| = \sqrt{17} \text{ br olur.}$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{|AD|}{|DK|} = -\frac{1}{\sqrt{17}} \text{ bulunur.}$$

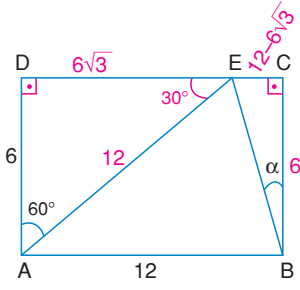
YANIT E

$$6. \quad \begin{array}{l} m(\widehat{HAB}) = m(\widehat{ACB}) \text{ olur.} \\ \tan(\widehat{HAB}) = \tan(\widehat{ACB}) = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{4}{7} \text{ bulunur.} \end{array}$$

YANIT A

ÇÖZÜMLER - 1

7.



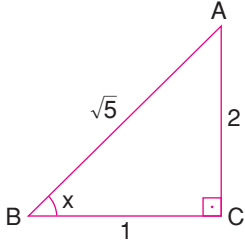
ADE üçgeni $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni olduğundan
 $|AD| = 6$ br ise
 $|AE| = 12$ br ve
 $|DE| = 6\sqrt{3}$ br olur.
 $|DC| = |AB| = 12$ br ise
 $|EC| = 12 - 6\sqrt{3}$ br ve

$|BC| = |AD| = 6$ br olduğundan

$$\tan \alpha = \frac{|EC|}{|BC|} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT C

8. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\cot x = \frac{1}{2}$ olacak şekilde bir diküçgen çizilirse



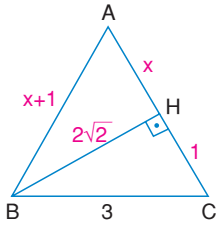
$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$ (Pisagor bağıntısı)
 $|AB|^2 = 2^2 + 1^2$
 $|AB| = \sqrt{5}$ br olur.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT D

9.



$[BH] \perp [AC]$ çizilirse

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{|HC|}{|BC|}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{|HC|}{3} \text{ ve}$$

$|HC| = 1$ br olur.

$|AH| = x$ denirse $|AB| = |AC| = x + 1$ olur.

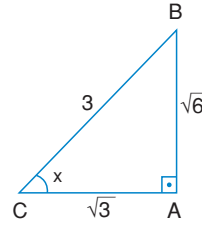
ABH diküçgeninde Pisagor bağıntısı yazılırsa

$$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (x + 1)^2 \text{ ve } x = 3,5 \text{ br olur.}$$

$|AB| = x + 1 = 3,5 + 1 = 4,5$ br bulunur.

YANIT E

10. II. bölgede $\sin x$ pozitif, $\cos x$ ve $\tan x$ negatif değerlidir.



$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ olacak şekilde

bir diküçgen çizilirse
 Pisagor bağıntısından
 $|AB| = \sqrt{6}$ olur.

$$\tan x = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{2}$$

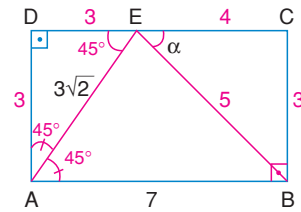
$$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ olur.}$$

$$\tan x \cdot \sin x + \cos x = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= -\frac{3\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT A

11.



$$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{AED}) = 45^\circ$$

ADE ikizkenar diküçgeninde $|AE| = 3\sqrt{2}$ br ise

$|AD| = |DE| = 3$ br olur.

$|DC| = |AB| = 7$ br olduğundan $|EC| = 4$ br olur.

$|BC| = |AD| = 3$ br dir.

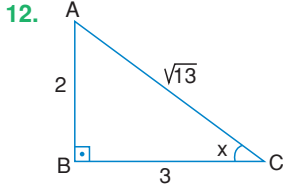
EBC diküçgeninde Pisagor bağıntısı yazılırsa

$$4^2 + 3^2 = |BE|^2 \text{ ve } |BE| = 5 \text{ br olur.}$$

$$\sin(\pi - a) = \sin a = \frac{3}{5}, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\sin(\pi - a) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{6}{5}$$

YANIT E



$$\tan x = -\frac{2}{3} < 0 \text{ ise}$$

x açısı II. bölgededir. Bu bölgede \cos ve \cot fonksiyonlarının işaretleri de negatiftir. x dar açı olarak

düşünülp ABC diküçgeninde $m(\widehat{ACB}) = x$, $|AB| = 2$ br, $|BC| = 3$ br alınırsa

$$\tan x = \frac{2}{3} = \frac{|AB|}{|BC|} \text{ ve}$$

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC| = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \text{ br olur.}$$

Öte yandan

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos x = -\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x = -\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cot x = -\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\cot(2\pi - x) = -\cot x = -\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

bulunan değerler yerine yazılırsa

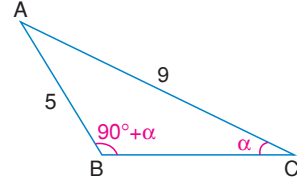
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi - x)}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cot(2\pi, x)} = \frac{-\frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{13}}}{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{-\frac{6}{\sqrt{13}} \cdot \frac{2}{6}}{-\frac{2}{\sqrt{13}}}$$

$$= -\frac{2\sqrt{13}}{13} \text{ bulunur.}$$

YANIT B

13.



$$m(\widehat{BCA}) = \alpha \text{ dersek}$$

$$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ + \alpha \text{ olur.}$$

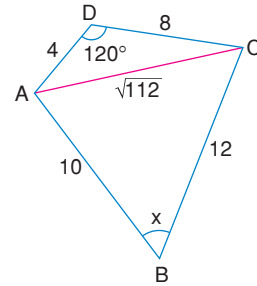
ABC üçgeninde sinüs teoremini yazarsak,

$$\frac{5}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin(90^\circ + \alpha)} \text{ ve } \frac{5}{\sin \alpha} = \frac{9}{\cos \alpha} \text{ olur.}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{9}{5} \text{ ve } \cot \alpha = \frac{9}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT D

14.



[AC] çizilirse ADC ve ABC üçgenleri oluşur. ACD üçgeninde cosinüs teoreminden |AC| bulunur, ABC üçgeninde cosinüs teoremi uygulanırsa

Cosx değeri bulunur.

ACD üçgeninde cosinüs teoremi;

$$|AC|^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ$$

$$|AC|^2 = 16 + 64 - 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$|AC|^2 = 80 + 32 = 112 \text{ ve}$$

$$|AC| = \sqrt{112} \text{ br bulunur.}$$

ABC üçgeninde cosinüs teoremi;

$$|AC|^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos x$$

$$112 = 244 - 240 \cos x$$

$$\cos x = \frac{244 - 112}{240} \text{ ve}$$

$$\cos x = \frac{132}{240} = \frac{11}{20} \text{ bulunur.}$$

YANIT C

1. $|AB| = |AC|$ olan ABC üçgeninde

$$\cos \hat{A} = \frac{5}{13} \text{ ise}$$

$\tan \hat{C}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ise $\sin x = \frac{3}{5}$ ise

$\tan x - \cot x \cdot \cos x$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{19}{60}$ B) $-\frac{17}{60}$ C) $\frac{17}{60}$ D) $\frac{19}{60}$ E) $\frac{23}{60}$

3. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ise $\sin^2 \theta + \sin \theta \cdot \cos \theta$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{25}$ B) $\frac{9}{25}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{21}{25}$ E) $\frac{24}{25}$

4. $0 < \theta < 90^\circ$, $\cos \theta = \frac{1}{a}$ ve

$$\tan \theta = \frac{a}{4} \text{ ise}$$

$\sin \theta$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{a}$ B) $\frac{4}{a}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{a}{4}$ E) $1 - \frac{1}{a}$

5. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $\tan x = \frac{4}{3}$ ise

$\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{2}{5}$
D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

6. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$(\sec x + \tan x)^2 = 2 \text{ ise}$$

$\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{3} \text{ ise}$$

$\cot x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

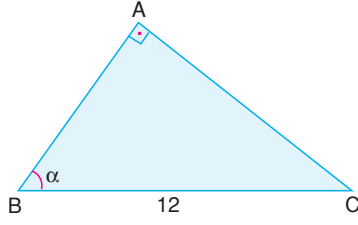
8. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\frac{\tan x}{2} \left(\operatorname{cosec} x - \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) = \cos x \text{ ise}$$

$\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

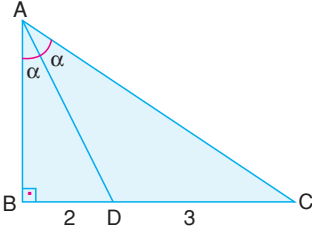
9.



Şekildeki ABC üçgeninde
 $[AB] \perp [AC]$, $|BC| = 12$ br,
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ ve $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{9}$ ise
A(ABC) kaç br² dir?

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

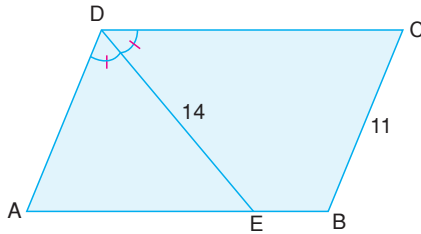
10.



Şekilde ABC dik üçgen,
 $|BD| = 2$ br,
 $|DC| = 3$ br ve
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = \alpha$ ise
 $\sin \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{7}$

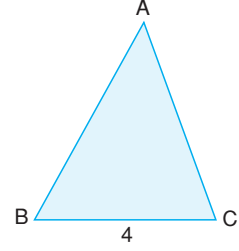
11.



Şekilde ABCD paralelkenar, $[DE]$ açortay,
 $|BC| = 11$ br ve $|DE| = 14$ br ise
 $\cos(\widehat{BED})$ kaçtır?

- A) $-\frac{3}{7}$ B) $-\frac{4}{11}$ C) $-\frac{3\sqrt{2}}{11}$
 D) $-\frac{7}{11}$ E) $-\frac{11}{7}$

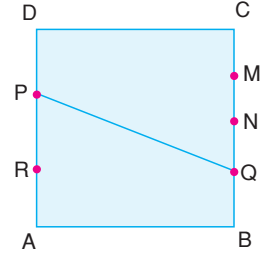
12.



ABC üçgeninde $|BC| = 4$ br ve
 $\cot(\widehat{ABC}) + \cot(\widehat{ACB}) = \frac{2}{3}$ ise
A(ABC) kaç br² dir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 24

13.



Şekilde ABCD karedir. $[AD]$ üç eş ve $[BC]$ dört eş parçaya ayrılmıştır.

Buna göre $\sin(\widehat{PQC})$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

14. Bir ABC diküçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$,
 $\tan A + \tan C = \frac{12}{7}$ ve $|AC| = 6$ br ise
bu üçgenin hipotenüse ait yüksekliği kaç br dir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

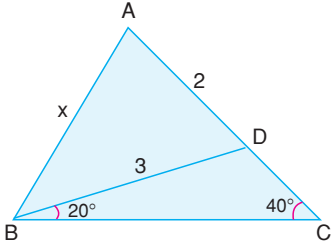
KONU TESTİ - 2

1. ABC üçgeninde,
 $a = 2\sqrt{31}$, $b = 10$ br ve $c = 12$ br ise
A açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

2. Bir ABC üçgeninde kenarlar arasında
 $a^2 + b^2 = c^2 + \sqrt{3} ab$ bağıntısı vardır.
Buna göre $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?
- A) 30 B) 90 C) 135 D) 140 E) 150

3.



Şekildeki ABC üçgeninde $|BD| = 3$ br, $|AD| = 2$ br,
 $m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{DBC}) = 20^\circ$ ise
 $|AB| = x$ kaç br dir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{7}$ C) 4 D) 5 E) $2\sqrt{7}$

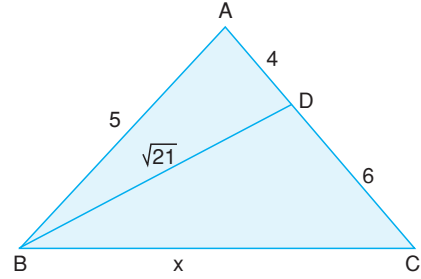
4. Bir ABC üçgeninde
 $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$, $b = 8$ br ve $c = 6$ br ise
a kenarı kaç br dir?

A) $\sqrt{37}$ B) $2\sqrt{37}$ C) $3\sqrt{37}$
 D) $4\sqrt{37}$ E) $3\sqrt{67}$

5. Bir ABC üçgeninde
 $|AB| = 4$ br, $|AC| = 8$ br ve $|BC| = 10$ br ise
 $\cos(\widehat{BAC})$ kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{5}{16}$ C) $-\frac{7}{9}$
 D) $-\frac{12}{19}$ E) $-\frac{1}{3}$

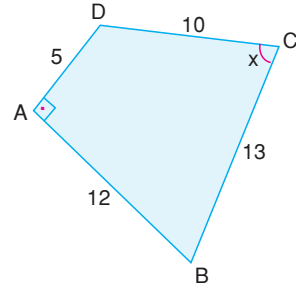
6.



Şekildeki ABC üçgeninde
 $|AD| = 4$ br, $|DC| = 6$ br,
 $|AB| = 5$ br ve $|BD| = \sqrt{21}$ br ise
 $|BC| = x$ kaç br dir?

A) $5\sqrt{3}$ B) 8 C) $3\sqrt{5}$ D) 3 E) $\sqrt{3}$

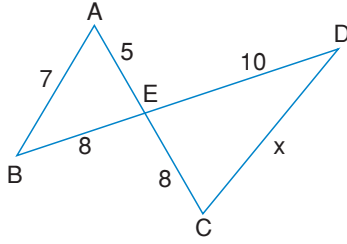
7.



Şekilde $[AD] \perp [AB]$,
 $|AD| = 5$ br,
 $|AB| = 12$ br,
 $|BC| = 13$ br,
 $|DC| = 10$ br ve ise
 $\cos x$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{13}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{6}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

8.



Şekilde $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,

$|AB|$ 7 br, $|AE|$ = 5 br,

$|DE|$ = 10 br ve

$|BE|$ = $|EC|$ = 8 br ise

$|DC|$ = **x kaç br dir?**

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

9. Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$,

$|AC|$ = 6 br ve

$|BC|$ = 4 br ve

$\tan(\widehat{BAC})$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. Çevresi 36 br olan bir ABC üçgeninde

$\sin(\widehat{BAC}) + \sin(\widehat{BCA}) = 3\sin(\widehat{ABC})$ ise

$|AC|$ kaç br dir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

11.

$$\frac{\sin x \cos x - \cot x}{1 - (\sin x + \cos x)^2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\tan^2 x}{2}$ B) $\frac{\cot^2 x}{2}$ C) $2\cot x$
D) $2\tan x$ E) 1

12. Bir ABC üçgeninde $a = 4$ br, $b = 4\sqrt{5}$ br ve

$\sin^2 A + \sin^2 C = \sin^2 B$ ise

c kaç br dir?

- A) $3\sqrt{6}$ B) 8 C) 9 D) $4\sqrt{6}$ E) 10

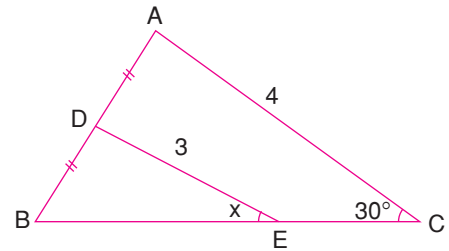
13.

$$\frac{\sin^2 26^\circ + \sin^2 64^\circ}{\tan 22^\circ \cdot \tan 68^\circ}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin 24^\circ$ B) $\cos 24^\circ$ C) $\cos 66^\circ$
D) $\tan 66^\circ$ E) 1

14.



ABC üçgeninde $m(\widehat{DEB}) = x$,

$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$

$|DE|$ = 3 br, $|AC|$ = 4 br ve $|AD|$ = $|DB|$ ise

$\cos x$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

KONU TESTİ - 3

1. $\frac{\sin x + 3}{5 - a} = 2$

eşitliğini sağlayan a tamsayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $\frac{1 + (\tan x)^{-1}}{\cos x + (\operatorname{cosec} x)^{-1}}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\operatorname{cosec} x$ B) $\cos x$ C) $\sec x$
D) $\sin x$ E) $\cot x$

3. $\frac{\sin^2 x + 4 \sin x + 3}{\cos^2 x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

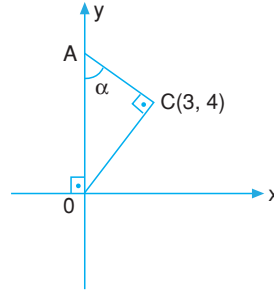
- A) $\frac{\sin x + 1}{\sin x - 1}$ B) $\frac{\sin x + 2}{1 - \sin x}$ C) $\frac{\sin x + 3}{\cos x}$
D) $\frac{2 \sin x}{1 - \sin x}$ E) $\frac{\sin x + 3}{1 - \sin x}$

4. $\cos x - \sin x = \frac{3}{5}$ ise

$\tan x + \cot x$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{25}{8}$ B) $\frac{25}{16}$ C) 1 D) $\frac{16}{25}$ E) $\frac{8}{25}$

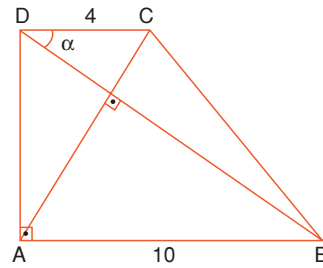
5.



Şekildeki koordinat sisteminde $[AC] \perp [OC]$, $C(3, 4)$ ve $m(\widehat{OAC}) = \alpha$ ise $\tan \alpha$ kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

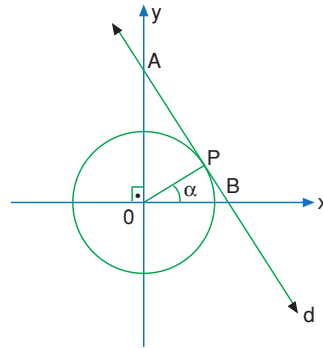
6.



Şekilde $[DC] \parallel [AB]$, $[AD] \perp [AB]$, $[DB] \perp [AC]$, $|DC| = 4$ br, $|AB| = 10$ br ve $m(\widehat{BDC}) = \alpha$ ise $\cot \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

7.



Şekilde d doğrusu Ox eksenini $B\left(\frac{13}{12}, 0\right)$, Oy eksenini A noktasında kesmektedir. d doğrusu O merkezli birim çembere P noktasında teğet ve $m(\widehat{POB}) = \alpha$ ise $\operatorname{cosec} \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{13}{12}$ B) 2 C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{13}{5}$ E) 3

8. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ve $-\pi < \beta < -\frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\sin(-\alpha)$, $\cos(-\beta)$, $\sin(\alpha + \beta)$, $\cot(\pi - \alpha)$
ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, -, - B) +, -, -, -
 C) +, +, +, + D) +, +, -, +
 E) +, -, -, +, -

9. $a = \sin 120^\circ$,
 $b = \tan 50^\circ$ ve
 $c = \sin 10^\circ$ ise
a, b, c arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $c < a < b$
 D) $c < b < a$ E) $b < a < c$

10. $x = \sin 115^\circ$, $y = \tan 163^\circ$, $z = \cos 254^\circ$ ve
 $t = \tan 73^\circ$ ise **x, y, z, t sayıları arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $y < z < x < t$ B) $y < z < t < x$
 C) $y < t < z < x$ D) $y < t < x < z$
 E) $z < y < x < t$

11. $\cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 177^\circ + \cos 178^\circ$
işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

12. $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ olmak üzere,

$$\cot x = -2 \text{ ise}$$

$$\cos x + \frac{1}{\sin x} \text{ kaçtır?}$$

- A) $2\sqrt{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$
 D) $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ E) $-\frac{\sqrt{7}}{5}$

13. $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - \cos(\pi + x) + \cos(5\pi - x)$

ifadesinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $-\cos x$
 D) $-\sin x$ E) $-2\cos x$

14. $\frac{1 - \tan 855^\circ}{\sin 330^\circ \cdot \cos 600^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

15. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ ise

$$\sin(\pi + \alpha) \cdot \tan(2\pi - \alpha)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{144}{65}$ B) $-\frac{72}{5}$ C) $\frac{36}{65}$
 D) $\frac{72}{65}$ E) $\frac{144}{65}$

1. $a = \sin 125^\circ$,
 $b = \cos 129^\circ$,
 $c = \tan 372^\circ$ ve
 $d = \cot 195^\circ$ ise
a, b, c, d nin işaretleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, -, +, + B) +, -, +, - C) +, -, +, +
D) +, +, +, - E) -, -, -, +

2. $a = \sin 170^\circ$
 $b = \cos 140^\circ$
 $c = \sin 300^\circ$
 $d = \tan 47^\circ$
 $e = \cot 520^\circ$ ise
a, b, c, d, e değerleri arasındaki doğru sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < c < d < e < b$ B) $d < b < a < e < c$
C) $a < b < c < d < e$ D) $e < c < b < a < d$
E) $e < b < c < a < d$

3. $\cos(-50^\circ)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin 40^\circ$ B) $-\sin 50^\circ$ C) $\cos(-200^\circ)$
D) $\cos 50^\circ$ E) $-\cos 50^\circ$

4. $\alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

aşağıdakilerin hangisi yanlıştır?

- A) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha$
B) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$
C) $\cos\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$
D) $\tan(9\pi - \alpha) = -\tan \alpha$
E) $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

5.
$$\frac{\cos 210^\circ - \sin 30^\circ}{\tan 315^\circ - \cos 120^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$
D) $\sqrt{3}+1$ E) $-\sqrt{3}-1$

6.
$$\frac{\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cot\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

7. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ise

$$\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{5}{13}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{3}{5}$

8.
$$\frac{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\alpha - \pi)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2} \tan \alpha$ B) $\frac{3}{2} \tan \alpha$ C) $\tan \alpha$
D) $\cot \alpha$ E) $\frac{1}{2} \cot \alpha$

9. $\tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

10. Ölçüsü $\frac{2\pi}{3}$ radyan olan açının birim çemberi kestiği noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
E) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

11. $\alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\sin(\pi - \alpha) = \frac{3}{5}$ ise

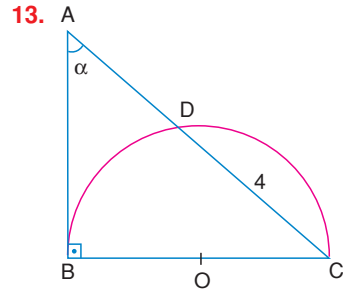
$\cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{3}{5}$

12.
$$\frac{-\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \tan\frac{3\pi}{4}}{\sin(\pi - \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sin\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $\sec\alpha$
D) $\csc\alpha$ E) $\tan\alpha$

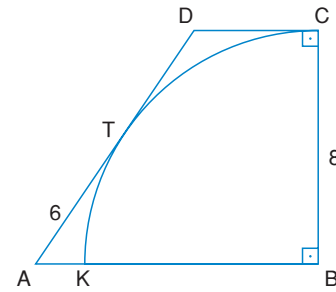


13.

Şekildeki O merkezli yarım çemberde $[AB] \perp [BC]$, $|DC| = 4$ br ve $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ise $|BO|$ nun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $2\sec\alpha$
D) $\csc\alpha$ E) $2\csc\alpha$

14.

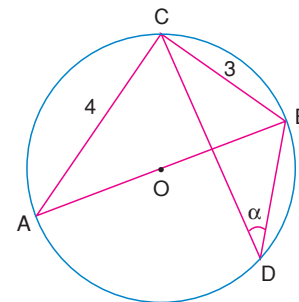


Şekildeki ABCD dik yamuğunun AD kenarı B merkezli çeyrek çembere T noktasında teğet, $|AT| = 6$ br ve $|BC| = 8$ br ise

$\cos(\widehat{ADC})$ kaçtır?

- A) $-\frac{3}{10}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{3}{5}$
D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{1}{5}$

15.



Şekildeki O merkezli çemberde $[AB]$ çap, $|AC| = 4$ br, $|BC| = 3$ br ve $m(\widehat{CDB}) = \alpha$ ise $\sin\alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

$$\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$$

$$\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot y - \cot x}$$

Örnek

Sin105° nin eşiti nedir?

Çözüm

$$\begin{aligned} 105^\circ &= 60^\circ + 45^\circ \text{ olarak yazarsak} \\ \sin 105^\circ &= \sin(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

Cos15° nin eşiti nedir?

Çözüm

$$\begin{aligned} 15^\circ &= 60^\circ - 45^\circ \text{ veya} \\ 15^\circ &= 45^\circ - 30^\circ \text{ olarak düşünelim.} \\ \cos 15^\circ &= \cos(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ve} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \text{ olarak bulunur.}$$

veya

$$\begin{aligned} \cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

Cos80° . Cos70° – Sin80° . Sin70° nin eşiti nedir?

Çözüm

$$\begin{aligned} \cos 80^\circ \cdot \cos 70^\circ - \sin 80^\circ \cdot \sin 70^\circ &= \cos(80^\circ + 70^\circ) \\ &= \cos 150^\circ \\ &= \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

cos153° . cos33° + sin153° . sin33° ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

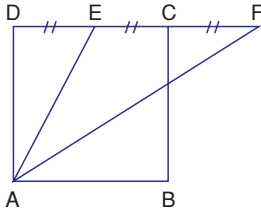
A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \cos 153^\circ \cdot \cos 33^\circ + \sin 153^\circ \cdot \sin 33^\circ &= \cos(153^\circ - 33^\circ) \\ &= \cos 120^\circ \\ &= -\cos 60^\circ \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

YANIT A

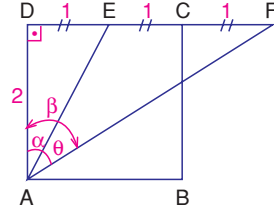
Örnek



Şekildeki ABCD karesinde $|DE| = |EC| = |CF|$ ve D, E, C, F noktaları doğrusal ise $\tan(\widehat{EAF})$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

Çözüm



$|DE| = |EC| = |CF| = 1$ br dersek $|AD| = 2$ br olur.
 $m(\widehat{EAD}) = \alpha$, $m(\widehat{EAF}) = \theta$ ve $m(\widehat{DAF}) = \beta$ ise
 $\beta = \alpha + \theta$, $\theta = \beta - \alpha$ ve
 $\tan(\widehat{EAF}) = \tan\theta = \tan(\beta - \alpha)$ olur.
 DAE diküçgeninden : $\tan\alpha = \frac{1}{2}$
 DAF diküçgeninden : $\tan\beta = \frac{3}{2}$ dir.
 $\tan\theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta \cdot \tan\alpha}$
 $= \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{7}$ bulunur.

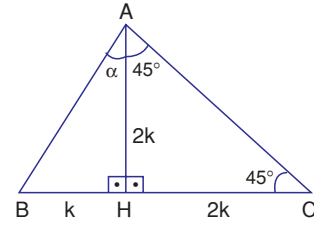
YANIT D

Örnek

Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{ACB}) = 45^\circ$ ve $\tan(\widehat{ABC}) = 2$ ise $\tan(\widehat{BAC})$ kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

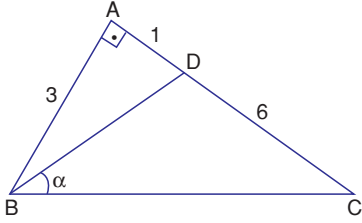
Çözüm



$[AH] \perp [BC]$ çizilirse $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CAH}) = 45^\circ$ olur.
 $\tan(\widehat{ABC}) = 2$ olduğundan $\frac{|AH|}{|BH|} = 2$ dir.
 $|BH| = k$ ise $|AH| = 2k$ olur.
 $m(\widehat{BAH}) = \alpha$ ise $\tan\alpha = \frac{|BH|}{|AH|} = \frac{1}{2}$ dir.
 $\tan(\widehat{BAC}) = \tan(\alpha + 45^\circ) = \frac{\tan\alpha + \tan 45^\circ}{1 - \tan\alpha \cdot \tan 45^\circ}$
 $= \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}} = 3$ bulunur.

YANIT C

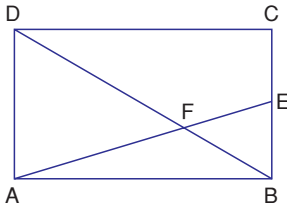
Örnek



Şekildeki diküçgende
 $|AD| = 1$ br, $|DC| = 6$ br ve $|AB| = 3$ br ise
 $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{7}$
 D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{9}{10}$

Örnek



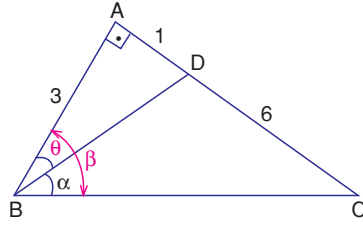
Şekildeki ABCD dikdörtgeninde

$|BE| = |EC| = \frac{|DC|}{4}$ ise

$\cos(\widehat{AFD})$ kaçtır?

- A) $\frac{6}{\sqrt{85}}$ B) $\frac{7}{\sqrt{85}}$ C) $\frac{6}{7}$
 D) $\frac{7}{\sqrt{35}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{35}}$

Çözüm



$m(\widehat{ABD}) = \theta$ denirse $m(\widehat{ACB}) = \beta = \alpha + \theta$ olur.
 $\beta = \alpha + \theta$ ise $\alpha = \beta - \theta$ ve $\tan \alpha = \tan(\beta - \theta)$ olur.

ABD diküçgeninde $\tan \theta = \frac{1}{3}$

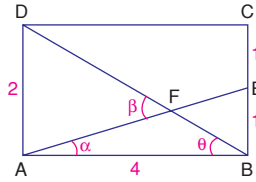
ABC diküçgeninde $\tan \beta = \frac{7}{3}$ olur.

$$\tan \alpha = \tan(\beta - \theta) = \frac{\tan \beta - \tan \theta}{1 + \tan \beta \cdot \tan \theta} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{9}{8}$$

bulunur.

YANIT D

Çözüm



$|CE| = |BE| = 1$ br dersek
 $|CD| = 4$ br ve $|AD| = 2$ br
 olur.

$m(\widehat{AFD}) = \beta$,
 $m(\widehat{ABD}) = \theta$ ve

$m(\widehat{BAE}) = \alpha$ ise

$\beta = \alpha + \theta$ olur.

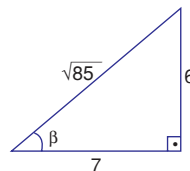
$\tan(\widehat{AFD}) = \tan \beta = \tan(\alpha + \theta)$ dir.

ABD diküçgeninden : $\tan \theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

AEB diküçgeninden : $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ tür.

$$\tan \beta = \tan(\alpha + \theta) = \frac{\tan \alpha + \tan \theta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{6}{7} \text{ olur.}$$

$\tan \beta = \frac{6}{7}$ iken $\cos \beta$ yı bulmak için uygun bir diküçgen çizilirse



Pisagor bağıntısıyla hipotenüs $\sqrt{85}$ br olur.

$\cos \beta = \frac{7}{\sqrt{85}}$ bulunur.

YANIT B

YARIM AÇI FORMÜLLERİ

Toplama formüllerinden yararlanarak bulalım.

$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$ de $x = y$ yazarsak

$$\sin(x + x) = \sin x \cos x + \sin x \cos x \text{ ve}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \text{ bulunur.}$$

$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ de $x = y$ yazalım.

$$\cos(x + x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \text{ bulunur.}$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \text{ yazarsak}$$

$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ yazarsak

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \text{ bulunur.}$$

$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ de $x = y$ yazarsak

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Kutusu

YARIM AÇI FORMÜLLERİ

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$$

Örnek

$$4 \cdot \sin \frac{15^\circ}{2} \cdot \cos 15^\circ \cdot \cos \frac{15^\circ}{2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

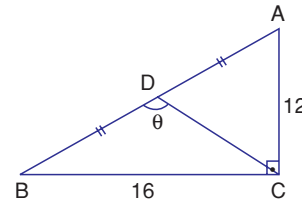
- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

Cözüm

$$\begin{aligned} & 4 \cdot \sin \frac{15^\circ}{2} \cdot \cos 15^\circ \cdot \cos \frac{15^\circ}{2} \\ & = 2 \cdot 2 \cdot \sin \frac{15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{15^\circ}{2} \cdot \cos 15^\circ \\ & \quad \underbrace{\sin 15^\circ}_{\sin 15^\circ} \\ & = 2 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT B

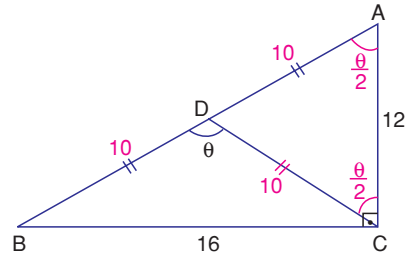
Örnek



Şekildeki diküçgende [CD] kenarortay, $m(\widehat{BDC}) = \theta$, $|BC| = 16$ br ve $|AC| = 12$ br ise $\sin \theta$ kaçtır?

- A) $\frac{24}{25}$ B) $\frac{12}{16}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

Cözüm



ABC diküçgeninde

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 \text{ (Pisagor bağıntısı)}$$

$$|AB|^2 = 12^2 + 16^2$$

$$|AB| = 20 \text{ br olur.}$$

$|AD| = |BD|$ ve $m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$ oldu undan

$$|AD| = |BD| = |DC| = 10 \text{ br ve}$$

$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACD}) = \frac{\theta}{2} \text{ olur.}$$

$$\text{ABC diküçgeninde } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{4}{5} \text{ ve}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

$$\sin \theta = 2 \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25} \text{ bulunur.}$$

YANIT A

Örnek

$$\sin x + \cos x = \frac{2}{3} \text{ ise}$$

Sin2x değeri kaçtır?

Çözüm

$$\sin x + \cos x = \frac{2}{3} \text{ her iki tarafın karesini alalım.}$$

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2\sin x \cos x = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

$$1 + 2\sin x \cos x = \frac{4}{9}$$

$$1 + \sin 2x = \frac{4}{9}$$

$$\sin 2x = \frac{4}{9} - 1 \text{ ve}$$

$$\sin 2x = -\frac{5}{9} \text{ bulunur.}$$

Örnek

sin15° nin değeri kaçtır?

$$\text{A) } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{B) } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{C) } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{D) } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4} \quad \text{E) } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

Çözüm

$$\cos 30^\circ = 1 - 2\sin^2 15^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2 15^\circ$$

$$2\sin^2 15^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

Kendini Dene

$$\frac{1}{\cos 36^\circ \cdot \cos 72^\circ}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda $\forall x \in A$ için,

$f(x + T) = f(x)$ olacak şekilde sıfırdan farklı bir T reel sayısı varsa f fonksiyonu **periyodik fonksiyon**, T reel sayısına da **periyot** denir.

1) $\sin x = \sin(x + 2\pi)$ olduğundan

$$f(x) = \sin x \Rightarrow T = 2\pi \text{ dir.}$$

$\cos x = \cos(x + 2\pi)$ olduğundan

$$f(x) = \cos x \Rightarrow T = 2\pi \text{ dir.}$$

$\tan x = \tan(x + \pi)$ olduğundan

$$f(x) = \tan x \Rightarrow T = \pi \text{ dir.}$$

$\cot x = \cot(x + \pi)$ olduğundan

$$f(x) = \cot x \Rightarrow T = \pi \text{ dir.}$$

2) $f(x) = \sin^n(ax \pm b)$

$$f(x) = \cos^n(ax \pm b)$$

$n \neq 0$ olmak üzere

$$n \text{ tek doğal sayı ise } T = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$n \text{ çift doğal sayı ise } T = \frac{\pi}{|a|}$$

3) $f(x) = \tan^n(ax \pm b)$

$$f(x) = \cot^n(ax \pm b)$$

$$n \in \mathbb{N}^+ \text{ olmak üzere } T = \frac{\pi}{|a|} \text{ dir.}$$

YANIT A

4) f ve g fonksiyonlarının periyotları T_1 ve T_2 ise $f \pm g$ fonksiyonunun periyodu $\text{OKEK}(T_1, T_2)$ dir.

Örnek

$f(x) = \sin^2(3x - 7)$ fonksiyonun periyodu $T = \frac{\pi}{3}$ dür.

$f(x) = \cos^3\left(-\frac{\pi}{3} + 4\right)$ fonksiyonu periyodu

$$T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{1}{3}\right|} = 6\pi \text{ dir.}$$

$f(x) = \tan^7\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ fonksiyonunun periyodu

$$T = \frac{\pi}{\left|-\frac{1}{2}\right|} = 2\pi \text{ dir.}$$

$f(x) = \cot^2(2x + 3)$ fonksiyonunun periyodu

$$T = \frac{\pi}{2} \text{ dir.}$$

Örnek

$$f(x) = 6\sin^{12}(-4x + 5)$$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

Örnek

$$f(x) = 5\cos^5(2-3x) + \tan^4(3-8x)$$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

- A) 3π B) 2π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) π E) $\frac{\pi}{2}$

Örnek

$$F(x) = 2\cos^7(3x - 5) + \cot^2(8x + 1)$$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

- A) 2π B) π C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm

$f(x) = \sin^n(ax + b)$ fonksiyonunun periyodu n çift ise

$$\frac{\pi}{|a|} \text{ dir.}$$

$n = 12$ ve $a = -4$ olduğundan periyod

$$\frac{\pi}{|-4|} = \frac{\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT B

Çözüm

$$f_1(x) = 5\cos^5(2 - 3x) \text{ ise } T_1 = \frac{2\pi}{|-3|} = \frac{2\pi}{3}$$

$$f_2(x) = \tan^4(3 - 8x) \text{ ise } T_2 = \frac{\pi}{|-8|} = \frac{\pi}{8} \text{ olur.}$$

$$T = \text{okek}(T_1, T_2) = \text{okek}\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{8}\right)$$

$$T = 2\pi \text{ bulunur.}$$

YANIT B

Çözüm

$$F_1(x) = 2\cos^7(3x - 5) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$F_2(x) = \cot^2(8x + 1) \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{8} \text{ olur.}$$

$$T = \text{okek}(T_1, T_2) = \text{okek}\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{8}\right)$$

$$T = 2\pi \text{ bulunur.}$$

YANIT A

Kendini Dene

$y = f(x) = \cos 2x + \tan 3x$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

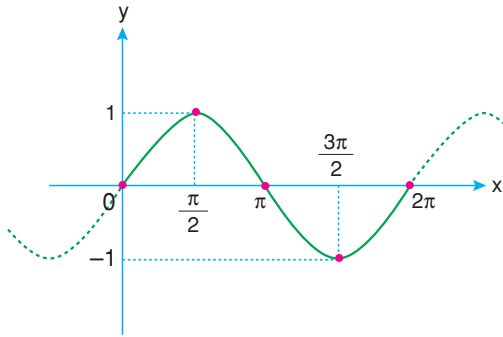
1) $y = \sin x$ fonksiyonunun grafiği: Periyodu 2π olduğundan

$[0, 2\pi]$ aralığında inceleyelim. Buna göre x 'e $[0, 2\pi]$ aralığında bazı değerlere karşılık $y = \sin x$ değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

$f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

Bu tabloya göre grafik aşağıdaki gibidir.



2) $y = \cos x$ fonksiyonunun grafiği: Periyodu 2π olduğundan

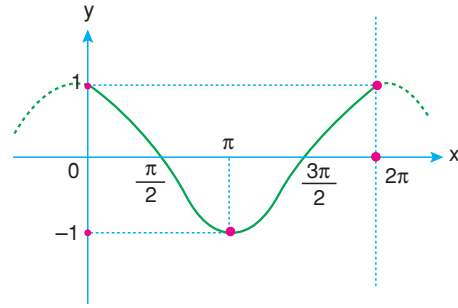
$[0, 2\pi]$ aralığında inceleyelim. Tablo düzenlenirse

$f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$

$f(x) = \cos x$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1

Bu tabloya göre grafik aşağıdaki gibidir.



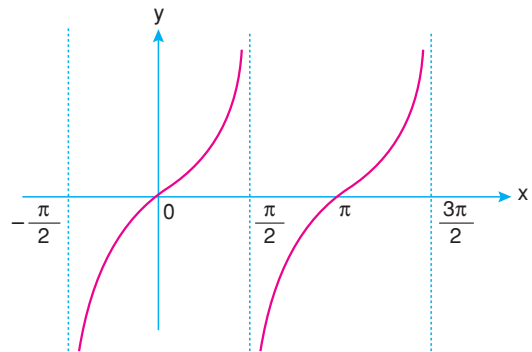
3) $y = \tan x$ fonksiyonunun grafiği: Periyodu π olduğundan $[0, \pi]$ aralığında inceleyelim.

$f : [0, \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \tan x$ tablo yapalım.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\tan x$	0		0
		$+\infty$	$-\infty$

Bu tabloya göre grafik aşağıdaki gibidir.



Kendini Dene

$y = 2\cos x + 1$ in grafiğini çiziniz.

Kendini Dene

$f(x) = \cos 2x + \tan 3x$ fonksiyonunun periyodunu bulunuz.

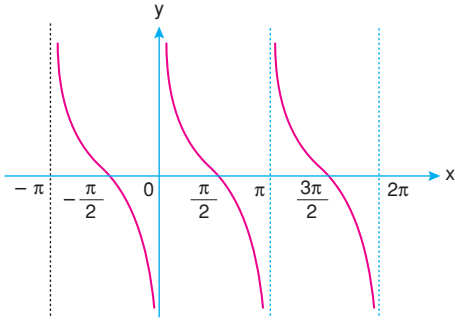
- 4) $y = \cot x$ fonksiyonunun grafiği : Periyodu π olduğundan $(0, \pi)$ aralığında inceleyelim.

$f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \cot x$ tablo yapalım

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
cotx	$-\infty$	0	$+\infty$

Bu tabloya göre grafik aşağıdaki gibidir.



Kendini Dene

$f(x) = 2\cos x - 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek

$y = f(x) = 3\sin x - 1$

fonksiyonunun $[0, 2\pi]$ aralığının grafiğini çiziniz.

Çözüm

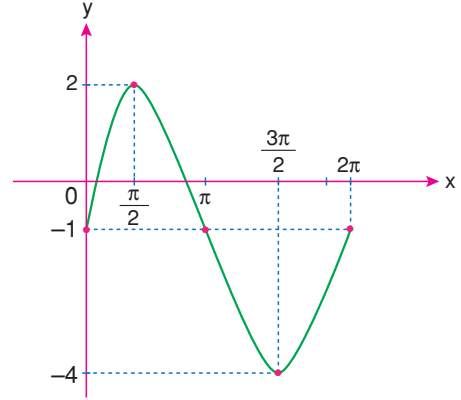
Önce tablo yapalım.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sinx	0	1	0	-1	0
3sinx	0	3	0	-3	0
$y = 3\sin x - 1$	-1	2	-1	-4	-1

Bulunan noktalar (x, y) için

$(0, -1), (\frac{\pi}{2}, 2), (\pi, -1), (\frac{3\pi}{2}, -4), (2\pi, -1)$ dir.

Bundan koordinat düzlemine geçerse



$y = f(x) = 3\sin x - 1$ grafiği şekildedeki gibi olur.

Kendini Dene

$y = f(x) = 2\sin x + 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ veya $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$ gibi eşitlikler $\forall x \in \mathbb{R}$ için sağlandığından bunlara **özdeşlik** denir.

$\sin x = \frac{1}{2}$ veya $\sin 3x = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ gibi eşitlikler bazı özel x değerleri için sağlanır. Bu eşitliklere de trigonometrik denklem denir. Trigonometrik denklemleri sağlayan x değerlerinin kümesine de **denklemin çözüm kümesi** denir.

Bilgi Kutusu

Denklemlerin çözümünde sadeleştirme yapılmaz. Sadeleşen çarpanlardan elde edilecek çözüm elemanları yok edilmiş olur!

BASİT TRİGONOMETRİK DENKLEM TIPLERİ

1) $\sin x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) denkleminin,

- a) $a \notin [-1, 1]$ ise çözüm kümesi \emptyset dir.
 b) $-1 \leq a \leq 1$ ise $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ olmak üzere
 $a = \sin \alpha$ alalım
 $\sin x = \sin \alpha$
 $x_1 = \alpha + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 $x_2 = (\pi - \alpha) + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Örnek

$$2\sin x - 1 = 0$$

denkleminin $x \in [0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

Çözüm

$$2\sin x - 1 = 0 \text{ ise}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \text{ dir.}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ veya } x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ dir.}$$

$$k = 0 \text{ için } x_1 = \frac{\pi}{6} \in [0, 2\pi]$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} \in [0, 2\pi]$$

$$\text{Ç: } \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\} \text{ iki kökü vardır.}$$

Kendini Dene

$x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere

$\sin 2x = \cos 4x$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek

$[0, 2\pi]$ aralığında

$|2\sin x| = 1$ denklemini sağlayan x değerleri kaç tanedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$|2\sin x| = 1 \text{ ise } |\sin x| = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ veya } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ ise}$$

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \textcircled{1}$$

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \nearrow$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \textcircled{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ ise}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \textcircled{3}$$

$$\sin x = \sin \frac{7\pi}{6} \nearrow$$

$$x = \pi - \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \textcircled{4}$$

x değerleri $[0, 2\pi]$ aralığını sağlaması için $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ eşitliklerinde $k = 0$ ve 4 . eşitlikte $k = 1$ alındığında çözüm kümesi $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$ bulunur.

YANIT D

2) $\cos x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) denkleminin,

- a) $a \notin [-1, 1]$ ise çözüm kümesi \emptyset dir.
 b) $-1 \leq a \leq 1$ ise $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ olmak üzere

$$\cos x = \cos \alpha$$

$$x_1 = \alpha + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x_2 = -\alpha + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Örnek

$\cos 2x = \sin 3x$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$2x = \frac{\pi}{2} - 3x + k.2\pi$$

$$5x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi \text{ ve}$$

$$x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + k.2\pi$$

$$2x = -\frac{\pi}{2} + 3x + k.2\pi$$

$$-x = -\frac{\pi}{2} + k.2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} - k.2\pi \text{ olur.}$$

Kendini Dene

$1 - 8\sin^2 x \cos^2 x = 0$ denkleminin

$\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ aralığında kaç kökü vardır?

Örnek

$x \in (0, 90^\circ)$ olmak üzere

$\cos(4x - 40^\circ) = \sin(x - 20^\circ)$ denklemini sağlayan

x açısı kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

Çözüm

$$\cos(4x - 40^\circ) = \sin(x - 20^\circ)$$

$$\cos(4x - 40^\circ) = \cos(90^\circ - x + 20^\circ)$$

$$4x - 40^\circ = \mp (110^\circ - x) + k.360^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$4x - 40^\circ = 110^\circ - x + k.360^\circ$$

$$5x = 150^\circ + k.360^\circ$$

$$x = 30^\circ + k.72^\circ \quad x = 30^\circ \in (0, 90^\circ)$$

$$4x - 40^\circ = -110^\circ + x + k.360^\circ$$

$$3x = -70^\circ + k.360^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{70^\circ}{3} + k.120^\circ \quad k = 1 \text{ için}$$

$$x = \frac{290^\circ}{3} \notin (0, 90^\circ) \text{ O halde}$$

$$x = 30^\circ \text{ olur.}$$

YANIT B

Örnek

$$2(\sin x + \cos x) = \sec x$$

denkleminin $[0, 90^\circ]$ aralığındaki kökü kaç derecedir?

- A) 22,5 B) 30 C) 45 D) 60 E) 67,5

Örnek

$$x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right) \text{ olmak üzere}$$

$\sin 2x = \sqrt{2} \cdot \sin x$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7\pi}{4}$ B) $\frac{11\pi}{6}$ C) $\frac{5\pi}{3}$
D) $\frac{23\pi}{12}$ E) $\frac{13\pi}{12}$

Çözüm

$$2\sin x + 2\cos x = \frac{1}{\cos x}$$

$$2\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 0$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x = -\sin 2x$$

$$\cos 2x = \sin(-2x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-2x)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi(1), \text{Ç: } \emptyset$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$2x = -\frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi(2)$$

x değeri $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığını sağlaması için (2) de $k = 1$ alınırsa

$$2x = -\frac{\pi}{2} - 2x + 2\pi \text{ ve } 4x = \frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} = \frac{3 \cdot 180^\circ}{8} = 67,5^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT E

Çözüm

$$\sin 2x = \sqrt{2} \cdot \sin x$$

$$2\sin x \cos x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x(2\cos x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ veya } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olur.}$$

$$\sin x = 0 \text{ ise}$$

$$x = 0 \text{ veya } x = \pi \quad 0, \pi \notin \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ise}$$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$x = \mp \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi \quad k = 1 \text{ için}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT A